A. Exercices sur les fonctions circulaires.

Exercice 1

Soit x un nombre réel de l'intervalle $\left[\frac{\pi}{2};\pi\right]$ tel que $\sin x = 0{,}3$.

Déterminer $\cos x$, $\cos(-x)$, $\sin(\pi - x)$, $\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$ et $\sin(5\pi + x)$

Puis, à l'aide de la calculatrice, donner une valeur approchée de x arrondie au dixième de radian.

Exercice 2

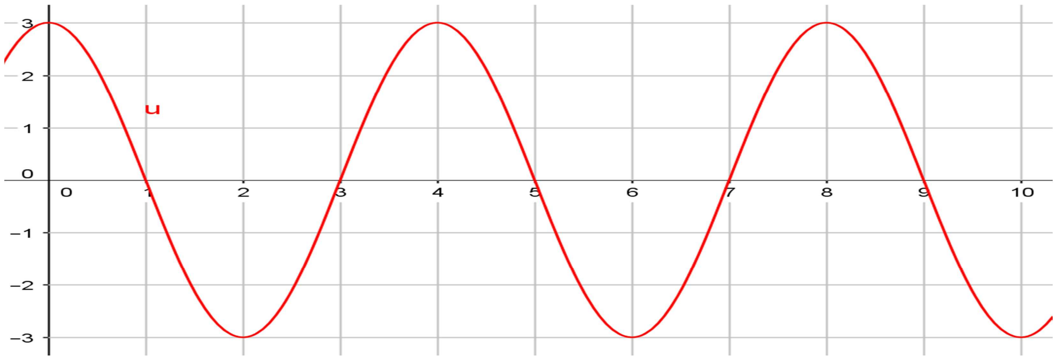
1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $\sin t = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.
2. Résoudre dans l'intervalle $\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$ l'équation : $\cos t = \sin\left(\frac{5\pi}{6}\right)$.
3. Résoudre dans l'intervalle $]-\pi;\pi]$ l'équation : $\sin t = \cos\left(\frac{\pi}{3}\right)$.

Exercice 3

Dans un circuit électrique, la tension u (exprimée en volts) aux bornes d'un condensateur varie en fonction du temps (exprimé en millisecondes) selon une relation de la forme : $u(t) = a\cos(bt)$ où a et b sont des réels.

La courbe représentative de u observée sur l'écran d'un oscilloscope est donnée ci-dessous.

1. Lire graphiquement la valeur de la période de la fonction u. En déduire la valeur de b.
2. Lire graphiquement la valeur de $u(0)$. En déduire la valeur de a.
3. Déduire des questions précédentes, l'expression de $u(t)$.



B. Applications de la dérivation.

Exercice 1

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 + 2x^2 - 4$. On note C_f la courbe qui représente f dans un repère.

1. Justifier que f est dérivable sur $\mathbb{R}$ puis calculer $f'(x)$ pour tout réel x.
2. Montrer que la tangente T à la courbe C_f au point A d'abscisse -1 a pour équation réduite $y = -x - 4$.
3. On pose $d(x) = f(x) - (-x - 4)$. Factoriser $d(x)$ puis étudier son signe sur $\mathbb{R}$.
4. En déduire la position relative de la courbe C_f par rapport à sa tangente T.

Exercice 2

Soit la fonction g définie et dérivable sur l'intervalle $[-1;4]$ par $g(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 2$.

1. Etudier les variations de g sur $[-1;4]$ et dresser son tableau de variations.
2. Prouver que $g(2)=0$ puis montrer que l'équation $g(x)=0$ admet deux autres solutions en précisant leur intervalle d'appartenance.
   On notera α la solution de l'intervalle $[-1;1]$ et β la solution de l'intervalle $[3;4]$.
3. A l'aide de la calculatrice, donner un encadrement à 0.1 près de α et β.
4. En déduire le tableau de signes de la fonction g.

C. Exercices sur le produit scalaire.

Exercice 1

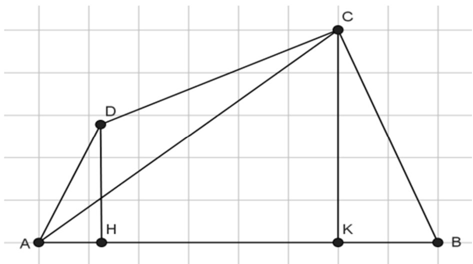
Soit $ABCD$ un rectangle de centre O tel que $AB=4$ et $BC=3$.

1. En utilisant la relation de Chasles, calculer $\overrightarrow{AC}\,.\,\overrightarrow{BD}$.
2. Justifier que $\overrightarrow{OC}.\overrightarrow{OD}=\frac{1}{4}\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{BD}$.
3. Déterminer les longueurs OC et OD.
4. En utilisant une autre expression du produit scalaire, donner une valeur, arrondie au degré près, de l'angle $\widehat{DOC}$.

Exercice 2

$ABCD$ est un quadrilatère tel que $AB=8$, $AD=4$, $AC=6\sqrt{2}$, $\widehat{BAC}=45°$ et $\widehat{BAD}=60°$.
H et K sont les projetés orthogonaux respectifs des points D et C sur $[AB]$.

1. En utilisant deux expressions différentes du produit scalaire $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD}$, calculer AH et en déduire DH.
2. Par une méthode analogue, Calculer AK et en déduire CK.
3. Calculer la valeur exacte de l'aire du quadrilatère $ABCD$ puis en donner une valeur arrondie à 0.01 près. (**la figure n'est pas à l'échelle**).



D. Probabilité

Une entreprise produit en grande quantité des pièces détachées destinées à l'industrie.
Les pièces produites par l'entreprise sont livrées par lots de 20.
On note D l'évènement : « une pièce prélevée au hasard dans la production n'est pas conforme ».
On suppose que $\mathbb{P}(D)=0{,}02$.
On prélève au hasard 20 pièces dans la production. La production est assez importante pour que l'on puisse assimiler ce prélèvement à un tirage aléatoire avec remise.
On considère la variable aléatoire X qui, à un lot de 20 pièces, associe le nombre de pièces non conformes qu'il contient.

1. Justifier que la variable aléatoire X suit la loi binomiale de paramètres 20 et 0,02.
2. Calculer la probabilité $\mathbb{P}(X=0)$ (arrondir à 10^{-2}).

3. Calculer la probabilité qu'il y ait au moins une pièce non conforme dans ce lot de 20 pièces (arrondir à 10^{-2}).

4. Calculer l'espérance mathématique $E(X)$, de cette variable aléatoire et interpréter le résultat.

5. L'entreprise doit rembourser le lot vendu lorsqu'il présente au moins 3 pièces non conformes. Calculer la probabilité que l'entreprise doive rembourser le lot vendu (arrondir à 10^{-3}).

E. Exercice sur les suites

On considère la suite :

$$\begin{cases} u_{n+1} = 5u_n + 2, n \in \mathbb{N} \\ u_0 = 2 \end{cases}$$

1. Montrer que la suite u n'est pas géométrique

2. On considère la suite v définie sur $\mathbb{N}$ par : $v_n = u_n + \frac{1}{2}$. Montrer que la suite v est géométrique de raison $\frac{1}{2}$ et de premier terme $\frac{3}{2}$.

3. Déterminer le terme général de la suite v.

4. En déduire le terme général de la suite u.