Spécialité Mathématiques
Feuille de révisions de la première à la terminale

Exercice 1

Dans un aéroport, les portiques de sécurité servent à détecter les objets métalliques que peuvent emporter les voyageurs.
On choisit au hasard un voyageur franchissant un portique.
On note :

- S l'événement « le voyageur fait sonner le portique » ;
- M l'événement « le voyageur porte un objet métallique ».

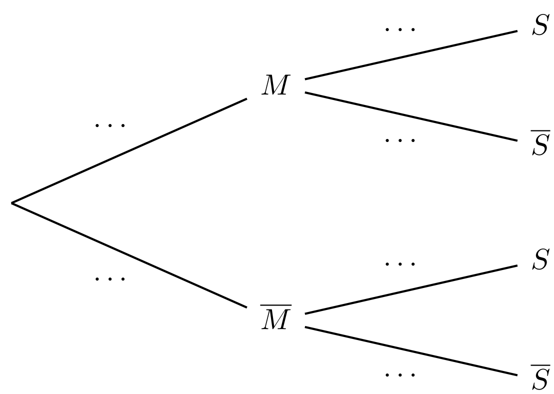
On considère qu'un voyageur sur 500 porte sur lui un objet métallique.

1. On admet que :

- Lorsqu'un voyageur franchit le portique avec un objet métallique, la probabilité que le portique sonne est égale à $0,98$;
- Lorsqu'un voyageur franchit le portique sans objet métallique, la probabilité que le portique ne sonne pas est aussi égale à $0,98$.

a. A l'aide des données de l'énoncé, préciser les valeurs de $P(M)$, $P_M(S)$ et $P_{\overline{M}}(\overline{S})$.

b. Recopier et compléter l'arbre pondéré ci-dessous illustrant cette situation.



c. Montrer que : $P(S) = 0{,}021\,92$.

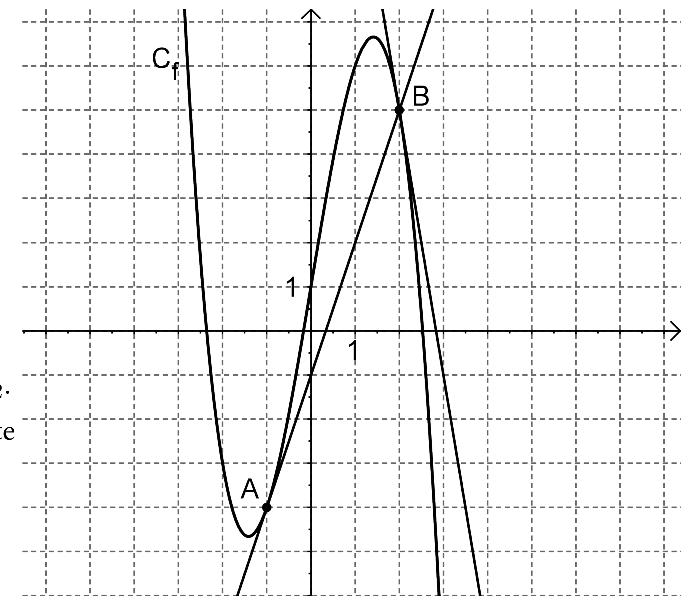
d. En déduire la probabilité qu'un voyageur porte un objet métallique sachant qu'il a fait sonner le portique. (On arrondira le résultat à 10^{-3}.)

Exercice 2

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x^3 - 4x^2 - 25x + 28$

1. Quelle est l'image de 1 par f ?
2. Trouver $a, b, c \in \mathbb{R}$ tels que $f(x) = (x-1)(ax^2 + bx + c)$
3. Résoudre dans $\mathbb{R}$, l'équation $f(x) = 0$.
4. En déduire l'expression factorisée de f .

Exercice 3



Voici la représentation graphique C_f d'une fonction f.
A et B sont les points de C_f d'abscisses respectives -1 et 2.
T_1 et T_2 sont les tangentes à C_f en A et B.

1. Déterminer par lecture graphique $f(-1)$ et $f(2)$.
2. Déterminer par lecture graphique $f'(-1)$ et $f'(2)$.
3. Écrire l'équation réduite de chacune des droites T_1 et T_2.
4. Vérifier, par un calcul, que le point B appartient à la droite T_1.

Exercice 4

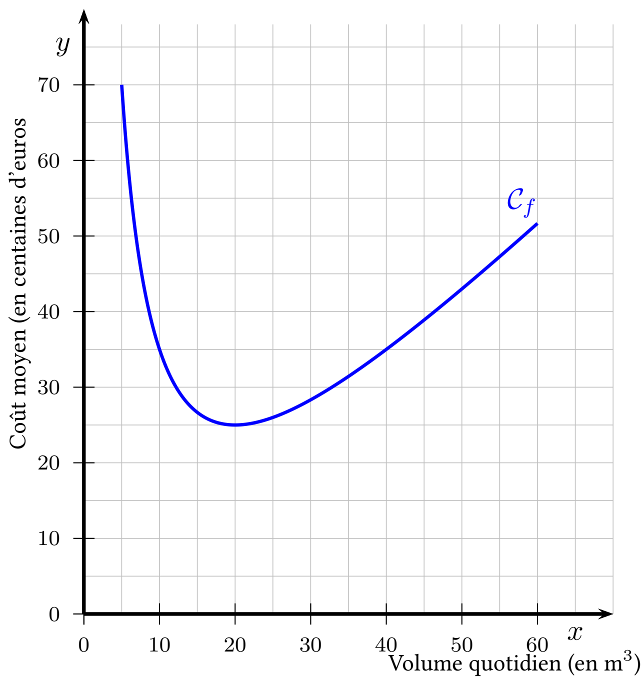
Déterminer le tableau de variation de la fonction $f(x) = x^2 - 8x + 3$ pour $x \in [-10\ ,\ 10]$.

Exercice 5

Une entreprise fabrique un engrais biologique liquide.
Chaque jour, le volume d'engrais liquide fabriqué est compris entre 5 m^3 et 60 m^3.
Le coût moyen quotidien de production (exprimé en centaine d'euros) de cet engrais est modélisé parla fonction f définie sur l'intervalle $[5\,;\,60]$ par :

$$f(x) = x - 15 + \frac{400}{x}$$

où x est le volume quotidien d'engrais fabriqué, exprimé en m^3. La représentation graphique $\mathcal{C}_f$ de la fonction f est donnée dans le repère ci-dessous :



PARTIE A

Les réponses aux questions suivantes seront à donner par le calcul puis à vérifier graphiquement.

1. Quel est le coût moyen quotidien pour la production de 50 m^3 d'engrais ?
2. Quels volumes d'engrais faut-il fabriquer pour avoir un coût moyen quotidien de production inférieur ou égal à 3 500 € ?

PARTIE B

1. Montrer que, pour tout x appartenant à l'intervalle $[5\,;\,60]$, $f'(x) = \dfrac{x^2 - 400}{x^2}$.
2. Déterminer les variations de la fonction f sur l'intervalle $[5\,;\,60]$.
3. Pour quel volume d'engrais fabriqué le coût moyen quotidien de production est-il minimal ? Quel est ce coût moyen minimal ?

Exercice 6

1. Pour tout réel a non nul, le nombre réel $\mathrm{e}^{-\frac{1}{a}}$ est égal à :

a. $-\mathrm{e}^{\frac{1}{a}}$ **b.** $\dfrac{1}{\mathrm{e}^{\frac{1}{a}}}$ **c.** $\dfrac{1}{\mathrm{e}^{a}}$ **d.** e^{a}

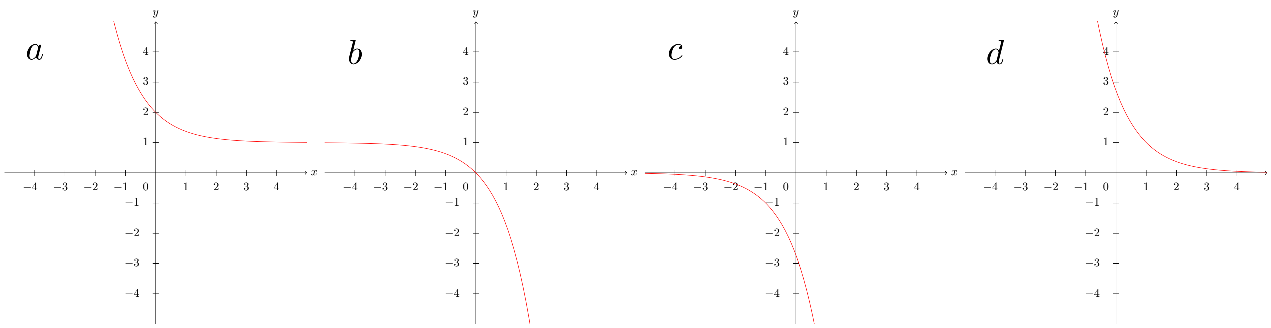
2. Pour tout réel a, le nombre réel $\mathrm{e}^{\frac{a}{2}}$ est égal à :

a. $\sqrt{\mathrm{e}^{a}}$ **b.** $\dfrac{\mathrm{e}^{a}}{2}$ **c.** $\dfrac{\mathrm{e}^{a}}{\mathrm{e}^{2}}$ **d.** $\mathrm{e}^{\sqrt{a}}$

3. Pour tout réel a, l'expression $\dfrac{2\mathrm{e}^{a-1}}{\left(\mathrm{e}^{a}\right)^{2}}$ est égale à :

a. 1 **b.** $2\mathrm{e}^{3a-1}$ **c.** e^{-2} **d.** $\dfrac{2}{\mathrm{e}^{a+1}}$

4. Soit f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = e^{-x+1}$.
Quelle est la représentation graphique de f ?



5. L'arrondi au centième de la somme $1 + 1,2 + 1,2^2 + 1,2^3 + \cdots + 1,2^{10}$ est :

a. $3,27$ **b.** $25,96$ **c.** $26,96$ **d.** $32,15$

Exercice 7

Maya possède 20 € dans sa tirelire au 1er juin 2018.
A partir de cette date, chaque mois elle dépense un quart du contenu de sa tirelire puis y place 20 € supplémentaires.
Pour tout entier naturel n, on note u_n la somme d'argent contenue dans la tirelire de Maya à la fin du n-ième mois. On a $u_0 = 20$.

1. a. Montrer que la somme d'argent contenue dans la tirelire de Maya à la fin du 1er mois est de 35 €.

b. Calculer u_2.

2. On admet que pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = 0,75u_n + 20$.
On considère l'algorithme suivant :

```
U ⟵ 20
N ⟵ 0
Tant que U < 70
        U ⟵ 0,75 × U + 20
        N ⟵ N + 1
Fin Tant que
Afficher N
```

a. Recopier et compléter le tableau ci-dessous qui retrace les différentes étapes de l'exécution de l'algorithme. On ajoutera autant de colonnes que nécessaire à la place de celle laissée en pointillés. Arrondir les résultats au centième.

Valeur de U	20			
Valeur de N	0			
Condition $U < 70$	vrai		vrai	faux

b. Quelle valeur est affichée à la fin de l'exécution de cet algorithme ?
Interpréter cette valeur dans le contexte de l'exercice.

3. Pour tout entier n, on pose $v_n = u_n - 80$.

a. Montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique de raison $0,75$.

b. Préciser son premier terme v_0.

c. En déduire que, pour tout entier n, $u_n = 80 - 60 \times 0,75^n$.

d. Déterminer, au centime près, le montant que Maya possèdera dans sa tirelire au 1er juin 2019.

Exercice 8

On considère les points $E(5; 0)$ et $H(8; 4)$. Soit C_1 le cercle de centre E passant par H et d la tangente au cercle C_1 en H, c'est-à-dire, la perpendiculaire à (EH) passant par H.

1. Faire une figure qu'on complétera tout au long de l'exercice.

2. Déterminer une équation de la droite d.

3. Déterminer une équation du cercle C_1.

4. On considère le cercle C_2 d'équation : $x^2 - 22{,}5x + y^2 + 125 = 0$.
Déterminer le centre K et le rayon de ce cercle.

5. Montrer que les cercles C_1 et C_2 ont un seul point commun.

6. On note P le projeté orthogonal de K sur d.

a. Calculer les coordonnées du point P.

b. Calculer la distance du point K à la droite d.

c. Montrer que P est l'unique point d'intersection de C_2 et d.

Exercice 9

Dans le plan muni d'un repère orthonormal $\left(O; \vec{i}\,; \vec{j}\right)$
On donne les points $A\,(2; -1)$, $B\,(-2; 3)$ et $C\,(-1; -2)$

1. Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{BAC}$ arrondie au degré près.

2. Déterminer la mesure de l'aire du triangle ABC arrondie au centième près.

3. Déterminer l'ensemble E des points M du plan tels que $MA^2 + MB^2 = 20$.

Exercice 10

On dispose d'un paquet de cartes contenant un nombre identique de cartes de la catégorie « Sciences » et de la catégorie « Économie ». Une question liée à un de ces deux thèmes figure sur chaque carte. Les cartes sont mélangées et on en tire une au hasard dans le paquet. Ensuite, on essaye de répondre à la question posée. Un groupe de copains participe à ce jeu. Connaissant leurs points forts et leurs faiblesses, on estime qu'il a :
• 3 chances sur 4 de donner la bonne réponse lorsqu'il est interrogé en sciences ;
• 1 chance sur 8 de donner la bonne réponse lorsqu'il est interrogé en économie.
On considère les événements suivants :
• S : "la question est dans la catégorie Sciences" ;
• B : "la réponse donnée par le groupe est bonne".

Partie A

1. Calculer $P(B \cap S)$.
2. Déterminer la probabilité que le groupe de copains réponde correctement à la question posée.
3. Les événements S et B sont-ils indépendants ?

Partie B

Pour participer à ce jeu, on doit payer 5 € de droit d'inscription. On recevra :
• 10 € si on est interrogé en sciences et que la réponse est correcte ;
• 30 € si on est interrogé en économie et que la réponse est correcte ;
• Rien si la réponse donnée est fausse.
Soit X la variable aléatoire qui, à chaque partie jouée, associe son gain. On appelle gain la différence en euros entre ce qui est reçu et les 5 € de droit d'inscription.

1. Déterminer la loi de probabilité de X.
2. Que retourne la fonction jeu écrite ci-dessous en langage Python avec les listes : $L = [-5{,}5{,}25]$ et $G = [0.5625{,}0.375{,}0.0625]$?

```python
def jeu(L,G):
    n=len(L)
    E=0
    for i in range(n):
        E=E+L[i]*G[i]
    return(E)
```